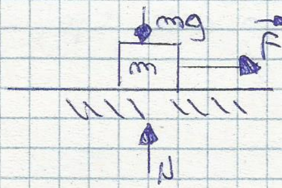
μ_s viene detto coefficiente di attrito statico, μ_d viene detto coefficiente di attrito dinamico.

$$\mu_d < \mu_s$$

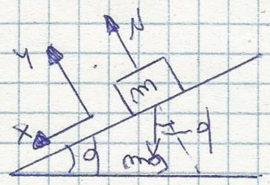
L'attrito è dovuto ad irregolarità, anche molto piccole, delle superficie le quali limitano (ostacolano) il moto. Consideriamo la seguente situazione:



non vi è alcun movimento fintanto che:

$$|\vec{F}| \le |\vec{F_s}| = \mu_s N$$

I coefficienti di attrito dipendono dalla natura dei materiali. Vediamo il seguente esempio:



Si vuole calcolare l'angolo α tale per cui il corpo inizia effettivamente a muoversi.

$$\begin{cases} x: F_s - mg\,\text{Sen}\alpha = 0 \Rightarrow F_s = mg\,\text{Sen}\alpha \\ y: N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

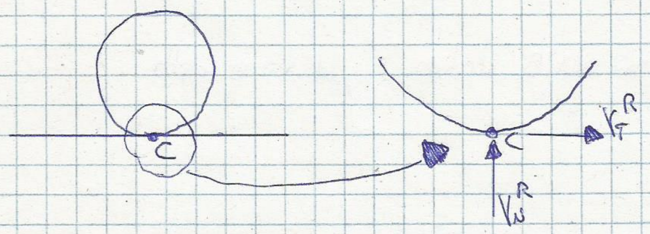
$$\Downarrow$$

Condizione limite: $F_s \cdot N \ge F \Rightarrow mg\,\text{Sen}\alpha \le mg\cos\alpha\,\mu_s$

$$\Downarrow$$

$$\text{Tg}\,\alpha \le f_s$$

Vediamo ora le varie modalità di contatto di un corpo rigido con una superficie di contatto.



Nel punto C detto punto di contatto si ha una velocità normale relativa ed una velocità tangenziale relativa.

Si ha una condizione di puro rotolamento quando:

$$\begin{cases} V_N^R = \phi \longrightarrow \text{non vi è distacco dalla superficie.} \\ V_T^R = \phi \end{cases}$$

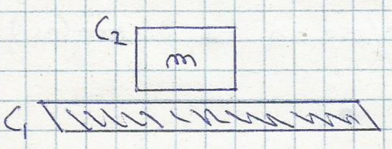
Nel caso in cui:

$$\begin{cases} V_N^R = \phi \\ V_T^R \neq \phi \end{cases} \quad \text{condizione di strisciamento}$$

Nel caso in cui:

$$\begin{cases} V_N^R \neq \phi \\ V_T^R \neq \phi \end{cases} \quad \text{condizione di urto}$$

Consideriamo il seguente esempio:



C_1 e C_2 si muovono parallelamente ma con velocità differenti. Quindi: $V_{C_1} \parallel V_{C_2}$ ma $V_{C_1} \neq V_{C_2}$.

La velocità di strisciamento sarà data da:

$$V_{ST} = V_{C_1} - V_{C_2}$$

Per quanto riguarda l'attrito dinamico: $\vec{Fd} = \mu d \vec{N} \cdot \dfrac{\vec{V_{ST}}}{|\vec{V_{ST}}|}$

Sempre dalla fisica classica si ha:

$$L = F\cdot S \quad e \quad P = L/t \Rightarrow \underline{P = F\cdot S/t = F\cdot V} \rightarrow \text{potenza di una forza}$$

dove:

L = lavoro

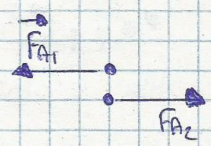
P = potenza

Per le sole forze di attrito si può scrivere:

$$P_A = F_1\cdot V_1 + F_2\cdot V_2 + \dots \quad \text{per gli "n" attriti.}$$

Per esempio:

$V_1 < V_2 \Rightarrow$



Quindi:

$$P_{A1} = V_{A1}\cdot F_{A1} \qquad P_{A2} = F_{A2}\cdot V_{A2}$$

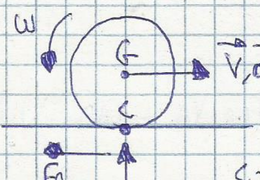
$$\text{con } F_{A1} = -F_{A2} \Rightarrow \underline{P_A = -F_{A1}(V_2 - V_1) = -F_{A1} V_{ST}}$$

Generalizzando si ha:

$$\underline{P_d = \text{Potenza dissipata} = -\mu_d \vec{N}\vec{V}_{TS}}$$

Notare che P_d è la potenza dissipata dalle sole forze di attrito e che si trasformerà in calore.

Per quanto riguarda il puro rotolamento:



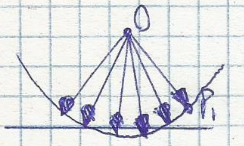
$\underline{C = CIR.}$

$$\vec{F}_A \le \mu_s \vec{N}$$

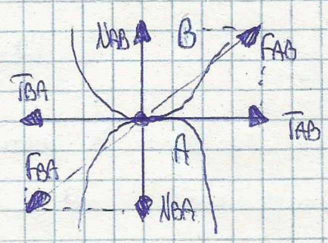
$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \vec{V} = \vec{\omega}\cdot\vec{R} \\ \vec{a} = \dot{\vec{\omega}}\cdot\vec{R} \end{cases}$$

A questo punto, sono stati introdotti i concetti chiave della dinamica di un corpo rigido. Vediamo ora di "snellire" alcune condizioni legate al modello matematico opportunamente semplificato. Quando un oggetto appoggia su un piano, quest'ultimo si deforma. Esiste un ramo della meccanica che prende il nome di meccanica del contatto che studia proprio la deformazione dei solidi quando si toccano in uno o più punti detti punti di contatto.
Quindi solitamente si genera una impronta di contatto.



Come già detto l'attrito è la forza che si esercita tra due superfici in contatto tra loro. Tale forza si oppone al moto. Quando si ha dello strisciamento si può parlare di attrito radente, quando si parla di rotolamento si parla di attrito volvente, mentre se un corpo è immerso in un fluido si parla di attrito del mezzo. Analizziamo il caso di due corpi A e B che strisciano tra loro.



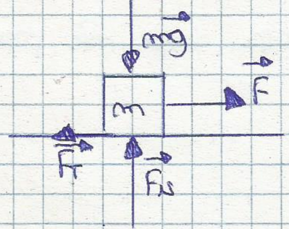
$F_{AB} = -F_{BA}$ e $N_{BA} = -N_{AB}$

$\Downarrow$

$T_{BA} = -T_{AB}$ (forze di attrito).

Il lavoro delle forze di attrito vale:

$L_{ATT} = F_{AB} \cdot V_{BA}\, dt$ $\qquad$ ($L_{ATT} = (F_{BA} \cdot V_A + F_{AB} \cdot V_B)\, dt$).



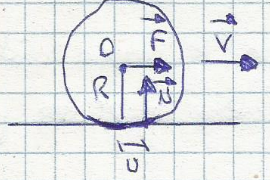
Il coefficiente di attrito radente vale:

$$\mu_R = \frac{F_T}{F_N}$$

E' bene tenere a mente che:

- Il coefficiente di attrito è indipendente dal carico
- Il coefficiente di attrito è indipendente dall'area di contatto.
- Il coefficiente di attrito è indipendente dalla velocità di strisciamento.

Per quanto riguarda l'attrito volvente, esso si presenta quando si ha una movimentazione di un corpo su un altro corpo senza strisciamento (puro rotolamento). Il rotolamento è reso possibile dalla presenza dell'aderenza tra la ruota e il terreno. In assenza di tale attrito la ruota striscerebbe senza riuscire a rotolare. Si indichi con f_r il coefficiente di attrito volvente.



$$u = f_r R$$

La distanza 'u' è indipendente dalla massa del disco.

L'attrito volvente è causato dalla deformazione del disco sull'impronta (superficie di appoggio). Poiché $u \neq 0$ la reazione vincolare N produce un momento non nullo rispetto al baricentro:

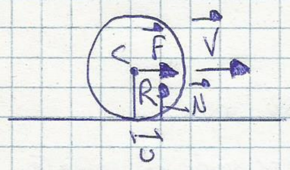
$$M_G = u \cdot N$$

Più aumenta la dimensione dell'impronta più aumenta l'energia dissipata.

$E_{diss} = -\mu_d |N| |V_{rel}|$ → dissipata dalle sole forze di contatto.

ESERCIZIO (6):

Si consideri la seguente situazione:



R = 40 cm

V = costante.

$|\vec{F}| = 2N$

$|\vec{N}| = 250 N$

Calcolare μ_r ?

* SOLUZIONE:

Essendo il moto di puro rotolamento si può scrivere:

$$\Gamma_{TOT} = 0 \Rightarrow \Gamma_F = \Gamma_{ATT}$$

Quindi:

Quindi: $u/N = \mu_r$.

$$\vec{F} \cdot R = b \cdot \vec{N} \Rightarrow b = \frac{\vec{F} \cdot R}{\vec{N}} = \ldots = 3{,}2\,mm$$

Si presti attenzione al fatto che $b = u$, ossia il braccio (distanza) fra il punto di applicazione della reazione vincolare e l'asse passante per il centro del disco.

In ambito industriale si ha spesso a che fare con la movimentazione di determinati carichi. Si pensi, per esempio, alle gru, ai nastri trasportatori, eccetera. Per definizione, una macchina detta macchina meccanica può essere rappresentata in questo modo:

MOTORE — ORGANO DI TRASMISSIONE — CARICO / UTILIZZATORE

Il motore produce energia meccanica, l'organo di trasmissione trasmette l'energia meccanica verso il carico, ed il carico sfrutta l'energia meccanica generata e trasmessa. Indichiamo con:

P_m = potenza motrice
P_d = potenza dissipata
P_u = potenza utile

Nei sistemi meccanici una delle principali funzioni è quella di trasmettere potenza meccanica. In questi ambiti è fondamentale:

- minimizzare le dissipazioni ed aumentare il più possibile il rendimento
- adattare la potenza fornita dal motore in termini di forza e velocità all'utilizzatore.

Quindi è importante capire che trasmettere potenza meccanica significa trasmettere forza e velocità. Dal teorema dell'energia cinetica si può scrivere:

$$\frac{dE_c}{dt} = P_m + P_d + P_u$$

Solitamente si ha:

$$P = C \cdot \omega \qquad \begin{cases} P = \text{Potenza} \\ C = \text{coppia} \end{cases}$$

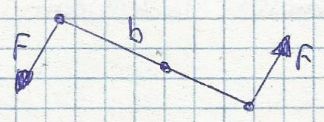
Se consideriamo il blocco motore a se stante:

C_m = Coppia erogata motore

V_m = Velocità rotazionale albero motore

Siccome la coppia motrice è:

$$C_m = F \cdot b$$



La potenza trasmessa vale:

$$P_m = C_m \cdot \omega$$

Si supponga di avere un organo di trasmissione od albero in modo tale che la velocità di rotazione del motore e del carico siano uguali. Si può scrivere:

$$C_M - C_R = \frac{d(I\omega)}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} + \omega\frac{dI}{dt}$$

C_M =

C_R =

Trascurando l'inerzia dell'organo di trasmissione si può scrivere:

$$I_{TOT} = I_m + I_c \Rightarrow C_M - C_R = I\frac{d\omega}{dt}$$

In particolare si ha: